

**Nationale Mathematikolympiade****Kreisphase/Sektorenphase der Hauptstadt Bucharest, 2026****VIII-te Klasse**

**Aufgabe 1.** a) Bestimmt die reellen Zahlen  $x$ , für welche die Zahlen  $x + \sqrt{3}$  und  $3x^2 + \sqrt{3}$  beide rational sind.

b) Zeigt, dass es keine reelle Zahl  $y$  gibt, so dass beide Zahlen  $y + \sqrt{3}$  und  $3y^2 + y^3 + \sqrt{3}$  rational sind.

**Aufgabe 2.** Zeigt, dass die Zahl  $\sqrt{(xxx - y)^2 + (yyy - x)^2}$  für alle von Null und voneinander verschiedenen Ziffern  $x$  und  $y$  irrational ist.

*Gazeta Matematică*

**Aufgabe 3.** Es sei  $ABCA'B'C'$  ein dreiseitiges regelmäßiges Prisma,  $M$ ,  $N$ ,  $P$  die Mittelpunkte der Kanten  $AB$ ,  $CC'$ , beziehungsweise  $A'C'$  und der Punkt  $Q$  auf der Kante  $BC$ , so dass  $AB = 18\text{cm}$ ,  $AA' = 3\sqrt{3}\text{cm}$  und  $BQ = 10\text{cm}$ .

a) Zeigt, dass  $AB \perp (CMC')$ .

b) Zeigt, dass die Geraden  $MN$  und  $PQ$  senkrecht zueinander sind.

**Aufgabe 4.** Ein Würfel mit Kantenlänge  $\ell \in \mathbb{R}$ ,  $\ell > 0$ , ist in 297 Würfel eingeteilt, von denen eines die Kantenlänge  $x$  hat,  $x \neq 1$ , und alle anderen die Kantenlänge 1 haben.

a) Zeigt, dass  $\ell \in \mathbb{N}$ .

b) Bestimmt den Wert der Zahl  $\ell$ .

*Arbeitszeit 3 Stunden.*

*Jede Aufgabe wird mit 22,5 Punkte bewertet.*